

# 6 Ecuaciones de 1.<sup>er</sup> y 2.<sup>º</sup> grado

## INTRODUCCIÓN

La unidad comienza diferenciando entre ecuaciones e identidades, para pasar luego a la exposición de los conceptos asociados al de ecuación: miembros, términos, grado, coeficientes, solución..., que son fundamentales para comprender el resto de la unidad.

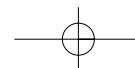
Para resolver ecuaciones de primer grado, los alumnos aprenderán a transponer términos. Es importante que comprendan que las reglas de la suma y el producto son transformaciones que permiten pasar de una ecuación inicial, compleja en su expresión, a otra más sencilla pero con la misma solución, es decir, equivalente a ella. A continuación se trabajará con ecuaciones en las que hay paréntesis y denominadores.

Aunque no es el objetivo de este curso, los alumnos deben aprender a identificar una ecuación de segundo grado. Por ello conviene mostrar la utilidad de la fórmula general para hallar las soluciones de cualquier ecuación de segundo grado, utilizando solo sus coeficientes.

## RESUMEN DE LA UNIDAD

- Una *ecuación* es una igualdad algebraica que solo es cierta para algunos valores.
- La *incógnita de una ecuación* es la letra de valor desconocido.
- El *grado de una ecuación* es el mayor exponente de la incógnita.
- La *solución o soluciones de una ecuación* son los valores de la incógnita que hacen cierta la igualdad.
- Para *resolver ecuaciones* se aplican las reglas de la suma y el producto.
- *Regla de la suma:* si sumamos o restamos a los dos miembros de una ecuación un mismo número o expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.
- *Regla del producto:* si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una ecuación por un número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.
- Ecuación de primer grado:  $ax = b$ .
- Ecuación de segundo grado:  $ax^2 + bx + c = 0$ , siendo  $a, b$  y  $c$  números reales y  $a \neq 0$ .

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Distinguir e identificar ecuaciones e identidades.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos de una ecuación. Solución.</li> <li>• Ecuaciones equivalentes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprobación de si un valor es solución o no de una ecuación.</li> <li>• Identificación y obtención de ecuaciones equivalentes.</li> </ul>
2. Resolver ecuaciones de primer grado.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones con denominadores.</li> <li>• Método general de resolución de ecuaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilización de técnicas para resolver ecuaciones con denominadores.</li> </ul>
3. Resolver ecuaciones de segundo grado.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones de segundo grado completas.</li> <li>• Ecuaciones de segundo grado incompletas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicación de la fórmula general para resolver ecuaciones completas de segundo grado.</li> <li>• Resolución de ecuaciones incompletas de segundo grado.</li> </ul>
4. Resolver problemas mediante ecuaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traducción al lenguaje algebraico del enunciado de un problema.</li> <li>• Comprobación de la solución de un problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Seguimiento de los pasos necesarios para resolver problemas mediante ecuaciones de primer o segundo grado.</li> </ul>



# 6

OBJETIVO 1

## DISTINGUIR E IDENTIFICAR ECUACIONES E IDENTIDADES

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### IDENTIDADES Y ECUACIONES

- Una **igualdad algebraica** está formada por dos expresiones algebraicas separadas por el signo igual (=).
- Una **identidad** es una igualdad algebraica que se verifica para cualquier valor de las letras.
- Una **ecuación** es una igualdad algebraica que no se cumple para todos los valores de las letras.  
Resolver una ecuación es encontrar el valor o los valores de las letras para que se cumpla la igualdad.

### EJEMPLO

$x + x = 2x$  es una identidad.

Se cumple la igualdad para cualquier valor numérico que tome  $x$ :

Para  $x = 1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \cdot 1 \rightarrow 2 = 2$

Para  $x = -2 \rightarrow (-2) + (-2) = 2(-2) \rightarrow -4 = -4$

$x + 4 = 10$  es una ecuación. Solo se cumple cuando  $x = 6 \rightarrow 6 + 4 = 10$ .

#### 1 Indica si las igualdades son identidades o ecuaciones.

a)  $x + 8 = 2x - 15$       d)  $x^2 \cdot x^3 = x^5$

b)  $2(x + 2y) = 2x + 4y$       e)  $2x + 1 = 11$

c)  $x + x + x = 3x$       f)  $\frac{x}{2} = 12$

#### 2 Indica el valor de $x$ para que se cumpla la igualdad.

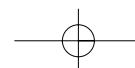
ECUACIÓN	PREGUNTA	VALOR DE $x$
$15 - x = 12$	¿Qué número restado a 15 da 12?	$x =$
$10 + x = 14$		
$11 - x = 10$		
$2 + x = 9$		
$16 - x = 4$		

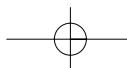
#### 3 Calcula mentalmente el valor de $x$ para que se cumpla la igualdad.

a)  $x - 1 = 2$       d)  $-x + 10 = 5$

b)  $x + 7 = 15$       e)  $x + 4 = 12$

c)  $x - 3 = 6$       f)  $-x - 6 = -10$





### ECUACIONES EQUIVALENTES

Dos o más **ecuaciones** son **equivalentes** cuando tienen las mismas soluciones.

$x + 4 = 10$  y  $2x = 12$  son ecuaciones equivalentes, ya que ambas tienen como solución  $x = 6$ .

$$6 + 4 = 10 \qquad 2 \cdot 6 = 12$$

- 4 Para cada una de estas ecuaciones, escribe una ecuación equivalente y halla su solución.

ECUACIÓN	ECUACIÓN EQUIVALENTE	SOLUCIÓN
$7 + x = 13$		
$x + 2 = 9$		
$2x = 14$		
$x - 4 = 4$		
$11 = 9 + x$		

- 5 La ecuación  $3x + 4 = 10$  tiene como solución  $x = 2$ . Averigua cuáles de las ecuaciones son equivalentes a la ecuación  $3x + 4 = 10$ .

a)  $3x + 10 = 20$

e)  $\frac{2}{7}x + 2x - 5 = 6x$

b)  $\frac{3}{2}x - 8 = -5$

f)  $2x + 8 - \frac{1}{2}x = x + 9$

c)  $4x + 12 - x = 21$

g)  $12x - 3x + 10 = 5x + 18$

d)  $\frac{4}{9}x + 12x - 8 = 18$

h)  $\frac{1}{2}x + 3x = \frac{3}{2}x + 4$

- 6 Tantea y halla la solución de las siguientes ecuaciones.

a)  $x - 2 = 2$

e)  $x - 4 = 1$

i)  $2x - 1 = 3$

b)  $4 + x = -2$

f)  $-1 + x = -3$

j)  $3x = -15$

c)  $x - 1 = -5$

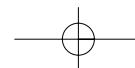
g)  $-2 - x = -4$

k)  $-2x - 4 = 10$

d)  $\frac{x}{2} = 4$

h)  $\frac{x}{18} = -6$

l)  $\frac{2x}{5} = 2$



# 6 OBJETIVO 2

## RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

- Si a los dos miembros de una ecuación se les **suma o resta un mismo número** o expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.
- Si a los dos miembros de una ecuación se les **multiplica o divide por un mismo número distinto de cero**, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

### EJEMPLO

**Resuelve la ecuación  $x - 4 = 10$ .**

Sumamos 4 en ambos miembros  $\longrightarrow x - 4 + 4 = 10 + 4$   
 $x = 14$

**Resuelve la ecuación  $x + 2x = 4 + 2x + 5$ .**

Restamos  $2x$  en ambos miembros  $\longrightarrow x + 2x - 2x = 4 + 2x - 2x + 5$   
 $x = 4 + 5$   
 $x = 9$

**Resuelve la ecuación  $3x = 12$ .**

Dividimos ambos miembros entre 3  $\longrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$

**Resuelve la ecuación  $\frac{5x}{4} = 10$ .**

Multiplicamos por 4 ambos miembros  $\longrightarrow \frac{5x}{4} \cdot 4 = 10 \cdot 4 \rightarrow 5x = 40$

Dividimos ambos miembros entre 5  $\longrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{40}{5} \rightarrow x = 8$

**1 Resuelve las siguientes ecuaciones, aplicando la transposición de términos.**

a)  $3x = 15$

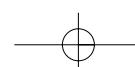
d)  $2x + 6 = 20 + 6 + x$

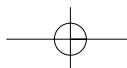
b)  $x + 6 = 14$

e)  $2x + 4 = 16$

c)  $-10 = -x + 3$

f)  $-4x - 4 = -20 - x$





**2** Resuelve las siguientes ecuaciones.

a)  $2x - 5 = 3$

d)  $-x - 4 = 10$

b)  $x = -15 - 4x$

e)  $2x + 7 = x + 14$

c)  $x - 10 = 2x - 4$

f)  $3x + 8 = 12 - x$

**MÉTODO GENERAL DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES**

Resuelve la ecuación  $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$ .

Para resolver una ecuación es conveniente seguir estos pasos.

1.<sup>º</sup> Eliminar paréntesis.

$$2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$$

2.<sup>º</sup> Reducir términos semejantes.

$$x - 14 = 3x - 4$$

3.<sup>º</sup> Transponer términos.

Restamos  $x$  en ambos miembros.

$$x - x - 14 = 3x - x - 4$$

$$-14 = 2x - 4$$

Sumamos 4 en ambos miembros.

$$-14 + 4 = 2x - 4 + 4$$

$$-10 = 2x$$

4.<sup>º</sup> Despejar la incógnita.

Dividimos ambos miembros entre 2.

$$\frac{-10}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$$

**3** Resuelve estas ecuaciones.

a)  $4 - x = 2x + 3x - 5x$

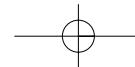
d)  $3x + 8 - 5(x + 1) = 2(x + 6) - 7x$

b)  $-10 - x + 3x = 2x + 4x + 2$

e)  $5(x - 1) - 6x = 3x - 9$

c)  $2x - 9 = 3x - 17$

f)  $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$



# 6

---

**4 Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a)  $2(x - 5) = 3(x + 1) - 3$

d)  $3(x + 2) + 4(2x + 1) = 11x - 2(x + 6)$

b)  $4(x - 2) + 1 = 5(x + 1) - 3x$

e)  $5(x - 4) + 30 = 4(x + 6)$

c)  $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$

f)  $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$

### RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DENOMINADORES

Resuelve la ecuación  $\frac{2x - 1}{3} = \frac{x - 3}{2} + \frac{3x - 7}{4}$ .

Para resolver una ecuación con denominadores es conveniente seguir estos pasos.

**1.<sup>º</sup> Eliminar denominadores.**

$$\text{m.c.m. } (3, 2, 4) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

$$12 \cdot \frac{2x - 1}{3} = 12 \cdot \frac{x - 3}{2} + 12 \cdot \frac{3x - 7}{4}$$

$$4(2x - 1) = 6(x - 3) + 3(3x - 7)$$

**2.<sup>º</sup> Eliminar paréntesis.**

$$8x - 4 = 6x - 18 + 9x - 21$$

**3.<sup>º</sup> Reducir términos semejantes.**

$$8x - 4 = 15x - 39$$

**4.<sup>º</sup> Transponer términos.**

Restamos  $8x$  en ambos miembros.

$$8x - 4 - 8x = 15x - 39 - 8x \\ -4 = 7x - 39$$

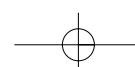
Sumamos 39 en ambos miembros.

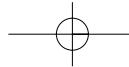
$$-4 + 39 = 7x - 39 + 39 \\ 35 = 7x$$

**5.<sup>º</sup> Despejar la incógnita.**

Dividimos ambos miembros entre 7.

$$\frac{35}{7} = \frac{7x}{7} \rightarrow x = 5$$





**5** Halla la solución de estas ecuaciones.

a)  $\frac{x-1}{4} - \frac{12-2x}{5} = \frac{x-2}{5}$

f)  $\frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{4} = 10$

b)  $\frac{3x-7}{12} - \frac{2x-3}{6} = \frac{x-1}{8}$

g)  $\frac{x-4}{5} + \frac{x+3}{6} - \frac{x-6}{3} = 1 + \frac{x-7}{2}$

c)  $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$

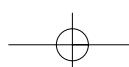
h)  $2\left(\frac{x}{3} + 5\right) = \frac{2x}{4} + 4$

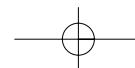
d)  $5 - \frac{x-2}{4} = 4 + \frac{x-3}{2}$

i)  $\frac{x-3}{6} = 2 - \frac{5(x+3)}{12}$

e)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 30$

j)  $\frac{3(x+5)}{4} + \frac{-7(x+3)}{10} = 4$





# 6 OBJETIVO 3

## RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

### ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Una **ecuación de segundo grado** es una igualdad algebraica del tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde:

- $a$ ,  $b$  y  $c$  son los **coeficientes** de la ecuación, siendo  $a \neq 0$ .
- $ax^2 \rightarrow$  **término cuadrático**
- $bx \rightarrow$  **término lineal**
- $c \rightarrow$  **término independiente**
- $x$  es la **incógnita**.

**1 Escribe la expresión general de estas ecuaciones de segundo grado.**

- $(x - 1)(x + 4) = 1 \rightarrow x^2 + 4x - x - 4 = 1 \rightarrow x^2 + 3x - 4 - 1 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 5 = 0$
- $2x(3x + 5) = -1 + 4x$
- $x - 5x^2 + 8 = -3x^2 - x - 3$

**2 Identifica los coeficientes de las ecuaciones de segundo grado del ejercicio anterior.**

- $x^2 + 3x - 5 = 0 \rightarrow a = 1, b = 3, c = -5$
- 
- 
- $d)$

### FÓRMULA GENERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Una ecuación de segundo grado puede tener **dos, una o ninguna solución**.

Para obtener las soluciones de una ecuación de segundo grado se aplica la siguiente fórmula.

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### EJEMPLO

Resuelve la ecuación de segundo grado  $x^2 + 5x + 6 = 0$ .

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

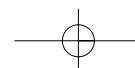
$x_1 = \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

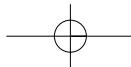
$x_2 = \frac{-5 - 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

Sustituyendo los valores  $-2$  y  $-3$  en la ecuación  $x^2 + 5x + 6 = 0$ , se comprueba que la cumplen:

$$(-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 6 = 0 \rightarrow 4 - 10 + 6 = 0 \rightarrow 10 - 10 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

$$(-3)^2 + 5 \cdot (-3) + 6 = 0 \rightarrow 9 - 15 + 6 = 0 \rightarrow 15 - 15 = 0 \rightarrow 0 = 0$$



**3 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado.**

a)  $x^2 + 4x + 3 = 0$

d)  $7x^2 + 21x = 28$

b)  $x^2 - 6x + 8 = 0$

e)  $3x^2 + 6 = -9x$

c)  $2x^2 - 5x - 7 = 0$

f)  $(2x - 4)(x - 1) = 2$

**4 Resuelve las ecuaciones y comprueba que las soluciones verifican la ecuación.**

a)  $x^2 + 2x - 8 = 0$

b)  $3x^2 - 6x - 9 = 0$

c)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$