# 6 Ecuaciones de 1.er y 2.o grado

## INTRODUCCIÓN

La unidad comienza diferenciando entre ecuaciones e identidades, para pasar luego a la exposición de los conceptos asociados al de ecuación: miembros, términos, grado, coeficientes, solución…, que son fundamentales para comprender el resto de la unidad.

Para resolver ecuaciones de primer grado, los alumnos aprenderán a transponer términos. Es importante que comprendan que las reglas de la suma y el producto son transformaciones que permiten pasar de una ecuación inicial, compleja en su expresión, a otra más sencilla pero con la misma solución, es decir, equivalente a ella. A continuación se trabajará con ecuaciones en las que hay paréntesis y denominadores.

Aunque no es el objetivo de este curso, los alumnos deben aprender a identificar una ecuación de segundo grado. Por ello conviene mostrar la utilidad de la fórmula general para hallar las soluciones de cualquier ecuación de segundo grado, utilizando solo sus coeficientes.

## RESUMEN DE LA UNIDAD

- Una *ecuación* es una igualdad algebraica que solo es cierta para algunos valores.
- La *incógnita de una ecuación* es la letra de valor desconocido.
- El *grado de una ecuación* es el mayor exponente de la incógnita.
- La *solución o soluciones de una ecuación* son los valores de la incógnita que hacen cierta la igualdad.
- Para *resolver ecuaciones* se aplican las reglas de la suma y el producto.
- *Regla de la suma*: si sumamos o restamos a los dos miembros de una ecuación un mismo número o expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.
- *Regla del producto*: si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una ecuación por un número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.
- Ecuación de primer grado: $ax = b$.
- Ecuación de segundo grado: $ax^2 + bx + c = 0$, siendo $a$, $b$ y $c$ números reales y $a \neq 0$.

| OBJETIVOS | CONTENIDOS | PROCEDIMIENTOS |
|---|---|---|
| **1.** Distinguir e identificar ecuaciones e identidades. | • Elementos de una ecuación. Solución.<br>• Ecuaciones equivalentes. | • Comprobación de si un valor es solución o no de una ecuación.<br>• Identificación y obtención de ecuaciones equivalentes. |
| **2.** Resolver ecuaciones de primer grado. | • Ecuaciones con denominadores.<br>• Método general de resolución de ecuaciones. | • Utilización de técnicas para resolver ecuaciones con denominadores. |
| **3.** Resolver ecuaciones de segundo grado. | • Ecuaciones de segundo grado completas.<br>• Ecuaciones de segundo grado incompletas. | • Aplicación de la fórmula general para resolver ecuaciones completas de segundo grado.<br>• Resolución de ecuaciones incompletas de segundo grado. |
| **4.** Resolver problemas mediante ecuaciones. | • Traducción al lenguaje algebraico del enunciado de un problema.<br>• Comprobación de la solución de un problema. | • Seguimiento de los pasos necesarios para resolver problemas mediante ecuaciones de primer o segundo grado. |

# 6 OBJETIVO 1

## DISTINGUIR E IDENTIFICAR ECUACIONES E IDENTIDADES

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

**IDENTIDADES Y ECUACIONES**

- Una **igualdad algebraica** está formada por dos expresiones algebraicas separadas por el signo igual (=).
- Una **identidad** es una igualdad algebraica que se verifica para cualquier valor de las letras.
- Una **ecuación** es una igualdad algebraica que no se cumple para todos los valores de las letras.
  Resolver una ecuación es encontrar el valor o los valores de las letras para que se cumpla la igualdad.

**EJEMPLO**

$\boldsymbol{x + x = 2x}$ es una identidad.

Se cumple la igualdad para cualquier valor numérico que tome $x$:

Para $x = 1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \cdot 1 \rightarrow 2 = 2$

Para $x = -2 \rightarrow (-2) + (-2) = 2(-2) \rightarrow -4 = -4$

$\boldsymbol{x + 4 = 10}$ es una ecuación. Solo se cumple cuando $x = 6 \rightarrow 6 + 4 = 10$.

**1** **Indica si las igualdades son identidades o ecuaciones.**

a) $x + 8 = 2x - 15$

b) $2(x + 2y) = 2x + 4y$

c) $x + x + x = 3x$

d) $x^2 \cdot x^3 = x^5$

e) $2x + 1 = 11$

f) $\dfrac{x}{2} = 12$

**2** **Indica el valor de *x* para que se cumpla la igualdad.**

| ECUACIÓN | PREGUNTA | VALOR DE *x* |
|---|---|---|
| $15 - x = 12$ | ¿Qué número restado a 15 da 12? | $x =$ |
| $10 + x = 14$ | | |
| $11 - x = 10$ | | |
| $2 + x = 9$ | | |
| $16 - x = 4$ | | |

**3** **Calcula mentalmente el valor de *x* para que se cumpla la igualdad.**

a) $x - 1 = 2$

b) $x + 7 = 15$

c) $x - 3 = 6$

d) $-x + 10 = 5$

e) $x + 4 = 12$

f) $-x - 6 = -10$

**ECUACIONES EQUIVALENTES**

Dos o más **ecuaciones** son **equivalentes** cuando tienen las mismas soluciones.

$x + 4 = 10$ y $2x = 12$ son ecuaciones equivalentes, ya que ambas tienen como solución $x = 6$.

$6 + 4 = 10 \qquad 2 \cdot 6 = 12$

**4** **Para cada una de estas ecuaciones, escribe una ecuación equivalente y halla su solución.**

| ECUACIÓN | ECUACIÓN EQUIVALENTE | SOLUCIÓN |
|---|---|---|
| $7 + x = 13$ | | |
| $x + 2 = 9$ | | |
| $2x = 14$ | | |
| $x - 4 = 4$ | | |
| $11 = 9 + x$ | | |

**5** **La ecuación $3x + 4 = 10$ tiene como solución $x = 2$. Averigua cuáles de las ecuaciones son equivalentes a la ecuación $3x + 4 = 10$.**

a) $3x + 10 = 20$

b) $\frac{3}{2}x - 8 = -5$

c) $4x + 12 - x = 21$

d) $\frac{4}{9}x + 12x - 8 = 18$

e) $\frac{2}{7}x + 2x - 5 = 6x$

f) $2x + 8 - \frac{1}{2}x = x + 9$

g) $12x - 3x + 10 = 5x + 18$

h) $\frac{1}{2}x + 3x = \frac{3}{2}x + 4$

**6** **Tantea y halla la solución de las siguientes ecuaciones.**

a) $x - 2 = 2$

b) $4 + x = -2$

c) $x - 1 = -5$

d) $\frac{x}{2} = 4$

e) $x - 4 = 1$

f) $-1 + x = -3$

g) $-2 - x = -4$

h) $\frac{x}{18} = -6$

i) $2x - 1 = 3$

j) $3x = -15$

k) $-2x - 4 = 10$

l) $\frac{2x}{5} = 2$

# 6 OBJETIVO 2
## RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

**TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS**

- Si a los dos miembros de una ecuación se les **suma o resta un mismo número** o expresión algebraica, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.
- Si a los dos miembros de una ecuación se les **multiplica o divide por un mismo número distinto de cero**, se obtiene otra ecuación equivalente a la dada.

**EJEMPLO**

**Resuelve la ecuación $x - 4 = 10$.**

Sumamos 4 en ambos miembros $\longrightarrow x - 4 + 4 = 10 + 4$

$x = 14$

**Resuelve la ecuación $x + 2x = 4 + 2x + 5$.**

Restamos $2x$ en ambos miembros $\longrightarrow x + 2x - 2x = 4 + 2x - 2x + 5$

$x = 4 + 5$

$x = 9$

**Resuelve la ecuación $3x = 12$.**

Dividimos ambos miembros entre 3 $\longrightarrow \dfrac{3x}{3} = \dfrac{12}{3} \rightarrow x = 4$

**Resuelve la ecuación $\dfrac{5x}{4} = 10$.**

Multiplicamos por 4 ambos miembros $\longrightarrow \dfrac{5x}{4} \cdot 4 = 10 \cdot 4 \rightarrow 5x = 40$

Dividimos ambos miembros entre 5 $\longrightarrow \dfrac{5x}{5} = \dfrac{40}{5} \rightarrow x = 8$

**1** **Resuelve las siguientes ecuaciones, aplicando la transposición de términos.**

a) $3x = 15$

d) $2x + 6 = 20 + 6 + x$

b) $x + 6 = 14$

e) $2x + 4 = 16$

c) $-10 = -x + 3$

f) $-4x - 4 = -20 - x$

 

**2** **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $2x - 5 = 3$

b) $x = -15 - 4x$

c) $x - 10 = 2x - 4$

d) $-x - 4 = 10$

e) $2x + 7 = x + 14$

f) $3x + 8 = 12 - x$

**MÉTODO GENERAL DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES**

**Resuelve la ecuación $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$.**

Para resolver una ecuación es conveniente seguir estos pasos.

**1.º Eliminar paréntesis.** $2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$

**2.º Reducir términos semejantes.** $x - 14 = 3x - 4$

**3.º Transponer términos.**

Restamos $x$ en ambos miembros. $x - x - 14 = 3x - x - 4$

$-14 = 2x - 4$

Sumamos 4 en ambos miembros. $-14 + 4 = 2x - 4 + 4$

$-10 = 2x$

**4.º Despejar la incógnita.**

Dividimos ambos miembros entre 2. $\dfrac{-10}{2} = \dfrac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$

**3** **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $4 - x = 2x + 3x - 5x$

b) $-10 - x + 3x = 2x + 4x + 2$

c) $2x - 9 = 3x - 17$

d) $3x + 8 - 5(x + 1) = 2(x + 6) - 7x$

e) $5(x - 1) - 6x = 3x - 9$

f) $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

# 6

**4** **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $2(x - 5) = 3(x + 1) - 3$

d) $3(x + 2) + 4(2x + 1) = 11x - 2(x + 6)$

b) $4(x - 2) + 1 = 5(x + 1) - 3x$

e) $5(x - 4) + 30 = 4(x + 6)$

c) $3(x - 3) = 5(x - 1) - 6x$

f) $5(2 - x) + 3(x + 6) = 10 - 4(6 + 2x)$

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON DENOMINADORES

**Resuelve la ecuación** $\dfrac{2x - 1}{3} = \dfrac{x - 3}{2} + \dfrac{3x - 7}{4}$.

Para resolver una ecuación con denominadores es conveniente seguir estos pasos.

**1.º Eliminar denominadores.**

m.c.m. $(3, 2, 4) = 3 \cdot 2^2 = 12$

$$12 \cdot \frac{2x - 1}{3} = 12 \cdot \frac{x - 3}{2} + 12 \cdot \frac{3x - 7}{4}$$

$$4(2x - 1) = 6(x - 3) + 3(3x - 7)$$

**2.º Eliminar paréntesis.**

$$8x - 4 = 6x - 18 + 9x - 21$$

**3.º Reducir términos semejantes.**

$$8x - 4 = 15x - 39$$

**4.º Transponer términos.**

Restamos $8x$ en ambos miembros.

$$8x - 4 - 8x = 15x - 39 - 8x$$
$$-4 = 7x - 39$$

Sumamos 39 en ambos miembros.

$$-4 + 39 = 7x - 39 + 39$$
$$35 = 7x$$

**5.º Despejar la incógnita.**

Dividimos ambos miembros entre 7.

$$\frac{35}{7} = \frac{7x}{7} \rightarrow x = 5$$

**5** **Halla la solución de estas ecuaciones.**

a) $\frac{x-1}{4} - \frac{12-2x}{5} = \frac{x-2}{5}$

f) $\frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{4} = 10$

b) $\frac{3x-7}{12} - \frac{2x-3}{6} = \frac{x-1}{8}$

g) $\frac{x-4}{5} + \frac{x+3}{6} - \frac{x-6}{3} = 1 + \frac{x-7}{2}$

c) $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$

h) $2\left(\frac{x}{3} + 5\right) = \frac{2x}{4} + 4$

d) $5 - \frac{x-2}{4} = 4 + \frac{x-3}{2}$

i) $\frac{x-3}{6} = 2 - \frac{5(x+3)}{12}$

e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 30$

j) $\frac{3(x+5)}{4} + \frac{-7(x+3)}{10} = 4$

ADAPTACIÓN CURRICULAR

# 6 OBJETIVO 3
# RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

**ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO**

Una **ecuación de segundo grado** es una igualdad algebraica del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, donde:

- $a$, $b$ y $c$ son los **coeficientes** de la ecuación, siendo $a \neq 0$.
- $ax^2 \rightarrow$ **término cuadrático** $\quad bx \rightarrow$ **término lineal** $\quad c \rightarrow$ **término independiente**
- $x$ es la **incógnita**.

**1** **Escribe la expresión general de estas ecuaciones de segundo grado.**

a) $(x - 1)(x + 4) = 1 \rightarrow x^2 + 4x - x - 4 = 1 \rightarrow x^2 + 3x - 4 - 1 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 5 = 0$

b) $2x(3x + 5) = -1 + 4x$

c) $x - 5x^2 + 8 = -3x^2 - x - 3$

**2** **Identifica los coeficientes de las ecuaciones de segundo grado del ejercicio anterior.**

a) $x^2 + 3x - 5 = 0 \rightarrow a = 1,\ b = 3,\ c = -5$

c)

b)

d)

**FÓRMULA GENERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO**

Una ecuación de segundo grado puede tener **dos, una o ninguna solución**.

Para obtener las soluciones de una ecuación de segundo grado se aplica la siguiente fórmula.

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\[2ex] x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

**EJEMPLO**

**Resuelve la ecuación de segundo grado $x^2 + 5x + 6 = 0$.**

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{-5 + 1}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2 \\[2ex] x_2 = \dfrac{-5 - 1}{2} = \dfrac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Sustituyendo los valores $-2$ y $-3$ en la ecuación $x^2 + 5x + 6 = 0$, se comprueba que la cumplen:

$$(-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 6 = 0 \rightarrow 4 - 10 + 6 = 0 \rightarrow 10 - 10 = 0 \rightarrow 0 = 0$$
$$(-3)^2 + 5 \cdot (-3) + 6 = 0 \rightarrow 9 - 15 + 6 = 0 \rightarrow 15 - 15 = 0 \rightarrow 0 = 0$$

**3** **Resuelve estas ecuaciones de segundo grado.**

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$

d) $7x^2 + 21x = 28$

b) $x^2 - 6x + 8 = 0$

e) $3x^2 + 6 = -9x$

c) $2x^2 - 5x - 7 = 0$

f) $(2x - 4)(x - 1) = 2$

**4** **Resuelve las ecuaciones y comprueba que las soluciones verifican la ecuación.**

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

b) $3x^2 - 6x - 9 = 0$

c) $2x^2 - 7x + 3 = 0$